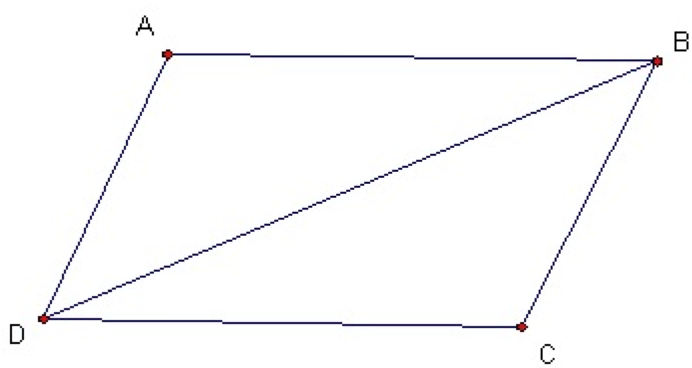
Euclid I.34

Jacob Nielsen[1]

Euclid I.34

I et parallelogram er modsatte sider og vinkler ens, og diagonalerne deler parallelogrammet i to lige store arealer.



Bevis:

Ideen i Euclids bevis er, at hvis vi kan vise, at ΔADB og ΔDCB er kongruente, så følger:

$$\angle ABD = \angle CDB \quad \wedge \quad \angle ADB = \angle CBD \quad \wedge \quad \angle DAB = \angle BCD$$

$$\Updownarrow$$

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD = \angle CDB + \angle ADB = \angle ADC$$

$$AB = CD \quad \wedge \quad AD = BC$$

Det er netop indholdet i sætningen. De to trekanter er kongruente af følgende årsager. Når den rette linje CB skærer to parallelle linjer AB og CD, så bliver de alternerende vinkler lige store **Euclid I.29.** Det giver de to første ligninger i første linje ovenfor. Så har de to trekanter to vinkler fælles, og så må de også have den tredje fælles, eftersom vinkelsummen i en trekant er 180 grader. Trekanterne har desuden siden BD fælles. Ifølge **Euclid I.26** er to trekanter kongruente, når de har en side og to vinkler fælles.

Q.E.D

[1] Datadrev\Matematik\Geometri\Euclid I34 130909.wpd.